第27卷 第5期　　工 程 数 学 学 报　　Vol. 27 No. 5
2010年10月　　CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS　　Oct. 2010

文章编号:1005-3085(2010)05-0795-06

一类非线性时滞系统的故障检测—LMI 方法*

张　玉，　贾新春，　郑利红，　张大伟

(山西大学数学科学学院，太原　030006)

摘　要: 本文研究了一类非线性时滞系统的 H_∞ 故障检测观测器设计问题。以状态观测器作为残差产生器，建立观测误差动态系统。在系统的初始状态为不确定但有界的情形下，对这类观测器的设计提出两类改进的 H_∞ 性能指标，并以线性矩阵不等式 (LMI) 形式给出了故障检测观测器的设计方法。

关键词: T-S 模糊系统；时滞；故障检测；模糊观测器；线性矩阵不等式

分类号: AMS(2000) 03E72　　**中图分类号**: TP13　　**文献标识码**: A

1　引言

随着生产过程的日益大型化和复杂化，提高控制系统的可靠性变得尤为重要。近年来，动态系统的故障检测研究引起了相当多的关注，一些不同的故障检测方法相继被提出，如神经网络方法[1]，奇偶方程方法[2]，基于观测器的方法[3-6] 等。事实上，大多数实际控制系统都存在非线性性，同时被控对象可能会出现时滞、不确定性或外界干扰。Takagi 和 Sugeno 提出了一类由 IF-THEN 规则描述的模糊动态模型，它能够逼近一大类非线性系统[7]。近十年来，T-S 模糊系统已成为非线性控制领域中的一个重要研究方向[8,9]。最近，文献 [6] 研究了不确定 T-S 模糊系统的故障检测问题，其中假设对象初始状态为零，没有考虑初始状态对故障检测的影响。一般地，实际控制系统的初始状态是未知的。在这种情形下，本文针对由 T-S 模糊模型表示的非线性时滞系统，提出由故障到残差和由干扰到残差的两个改进的 H_∞ 性能指标，并以 LMI 形式给出了故障检测观测器的设计方法。

2　系统描述

考虑如下一类由 T-S 模糊模型描述的带有干扰和故障的非线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\sum\limits_{i=1}^{k}h_i(\theta(t))\big[A_ix(t)+A_{1i}x(t-\sigma)+B_iw(t)+G_if(t)\big], \\ y(t)=\sum\limits_{i=1}^{k}h_i(\theta(t))\big[C_ix(t)+C_{1i}x(t-\sigma)+D_iw(t)+J_if(t)\big], \\ x(t)=\varphi(t), \quad t\in[-\sigma_0,0], \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$h_i\big(\theta(t)\big)\geq 0,\quad i=1,2,\cdots,k,\quad \sum_{i=1}^{k}h_i\big(\theta(t)\big)=1.$$

收稿日期: 2008-12-10.　**作者简介**: 张玉 (1983年3月生)，女，硕士. 研究方向：鲁棒控制与模糊控制.
***基金项目**: 国家自然科学基金 (60874019)；山西省自然科学基金 (2009011016-1).

$\sigma > 0$表示不确定的定常时滞，满足$0 < \sigma \le \sigma_0$，其中σ_0为已知常数。$x(t) \in \mathbf{R}^n$和$y(t) \in \mathbf{R}^l$分别是状态向量和测量输出向量。$w(t) \in \mathbf{R}^p$和$f(t) \in \mathbf{R}^q$分别是系统的外界干扰向量和故障向量，且$w(t)$, $f(t) \in L_2[0,\infty)$。A_i, A_{1i}, B_i, C_i, C_{1i}, D_i, G_i和$J_i\,(i = 1,2,\cdots,k)$是具有适当维数的已知常矩阵。

实际上，系统(1)的初始状态一般为不确定的，但属于某个有界范围。因此，本文假设：存在已知定常矩阵M_1, $M_2 \in \mathbf{R}^{n\times n}$，且$M_1 > 0$, $M_2 > 0$，对任意的$t \in [-\sigma_0, 0]$，有

$$\varphi(t) \in \Omega_1 = \big\{z : z^T M_1 z < 1,\ z \in \mathbf{R}^n\big\},\quad \dot\varphi(t) \in \Omega_2 = \big\{z : z^T M_2 z < 1,\ z \in \mathbf{R}^n\big\}. \tag{2}$$

针对系统(1)，本文采用如下的n阶模糊观测器作为残差产生器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\theta(t))\big[A_i\hat{x}(t) + A_{1i}\hat{x}(t-\sigma) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))\big], \\ \hat{y}(t) = \sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\theta(t))\big[C_i\hat{x}(t) + C_{1i}\hat{x}(t-\sigma)\big], \\ \hat{x}(t) = 0, \quad t \in [-\sigma_0, 0], \end{cases} \tag{3}$$

其中$\hat{x}(t)$是观测器状态向量，$\hat{y}(t)$是$y(t)$的估计，$r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$是残差信号。观测器增益$L_i\,(i = 1,2,\cdots,k)$是待设计的。简记

$$x(t-\sigma) = x_\sigma(t), \quad \hat{x}(t-\sigma) = \hat{x}_\sigma(t), \quad h_i\big(\theta(t)\big) = h_i.$$

观测误差为

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad e_\sigma(t) = x_\sigma(t) - \hat{x}_\sigma(t),$$

由式(1),(3)得观测误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{k} h_i h_j\big\{(A_i - L_iC_j)e(t) + (A_{1i} - L_iC_{1j})e_\sigma(t) \\ \qquad\quad + (B_i - L_iD_j)w(t) + (G_i - L_iJ_j)f(t)\big\}, \\ e(t) = \varphi(t), \quad t \in [-\sigma_0, 0]. \end{cases} \tag{4}$$

本文采用残差信号$r(t)$的L_2范数作为残差估计函数，即

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t,$$

其中T_d是一个有限正数。选择了残差估计函数，就可以确定阈值J_{th}。阈值定义为系统在无故障$(f(t) = 0)$运行状态下，残差估计函数的最大值。常用的故障检测的方案是

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t > J_{th} \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{产生警报},$$

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t \le J_{th} \Rightarrow \text{无故障}.$$

3　H_∞ 故障检测观测器的设计

引理 1[10]　对于任意定常矩阵 $M>0$，标量 $\sigma>0$，和向量函数 $z(t):[-\sigma,0]\to\mathbf{R}^n$ 在下述积分有意义的情况下，有下列不等式成立

$$\Big[\int_{t-\sigma}^{t} z(s)\mathrm{d}s\Big]^T M\Big[\int_{t-\sigma}^{t} z(s)\mathrm{d}s\Big]\le\sigma\int_{t-\sigma}^{t} z^T(s)Mz(s)\mathrm{d}s. \tag{5}$$

3.1　无故障和有干扰情形时的 H_∞ 观测器

由于系统的不确定初始状态对残差有一定影响，因此，本文将设计一个形如式 (3) 的观测器，满足性质

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t<\gamma^2\int_0^{T_d} w^T(t)w(t)\mathrm{d}t+\alpha_1, \tag{6}$$

其中 γ 和 α_1 是给定的正常数。若

$$\int_0^{T_d} w^T(t)w(t)\mathrm{d}t\le N,$$

N 为一个常数，则故障检测的阈值 J_{th} 选为 $J_{th}=\gamma^2N+\alpha_1$。

注 1　与文献 [6] 中设计故障检测系统的 H_∞ 指标不同，式 (6) 为一个改进的 H_∞ 指标，其中 γ^2 表示干扰对残差的影响指标，α_1 表示系统初始状态对残差的影响指标。

定理 1　考虑无故障和有干扰的系统 (1)，给定标量 $d,\alpha_1,\gamma>0$，如果存在矩阵 $P>0$, $Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$, $T_1>0$, $T_2>0$，标量 $\alpha_{11}>0$, $\alpha_{12}>0$ 和 $\alpha_{13}>0$，使得 LMIs

$$\Lambda_{ij}<0,\quad i,j=1,2,\cdots,k, \tag{7}$$

$$P-\alpha_{11}M_1<0,\quad T_1-\alpha_{12}M_1<0,\quad T_2-\alpha_{13}M_2<0, \tag{8}$$

$$\alpha_{11}+\sigma_0\alpha_{12}+\sigma_0^2\alpha_{13}<\alpha_1, \tag{9}$$

成立，则观测器 (3) 满足性能 (6)，且观测器增益矩阵为 $L_i=P^{-1}Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$，其中 Λ_{ij} 为

$$\begin{pmatrix}\Xi_i-\Psi_{ij}+T_1+\Omega_{ci,cj} & PA_{1i}-Q_iC_{1j}+\Omega_{ci,c1j} & dA_i^TP-dC_j^TQ_i^T & 0 & PB_i-Q_iD_j+\Omega_{ci,dj}\\ * & \Omega_{c1i,c1j}-T_1 & dA_{1i}^TP-dC_{1j}^TQ_i^T & 0 & \Omega_{c1i,dj}\\ * & * & \sigma_0T_2-2dP & 0 & dPB_i-dQ_iD_j\\ * & * & * & -\frac{1}{\sigma_0}T_2 & 0\\ * & * & * & * & \Omega_{di,dj}-\gamma^2I\end{pmatrix},$$

且

$$\Xi_i=PA_i+A_i^TP,\quad \Psi_{ij}=Q_iC_j+C_j^TQ_i^T,\quad \Omega_{ci,cj}=(C_i^TC_j+C_j^TC_i)/2,$$

$$\Omega_{ci,c1j}=(C_i^TC_{1j}+C_j^TC_{1i})/2,\quad \Omega_{c1i,c1j}=(C_{1i}^TC_{1j}+C_{1j}^TC_{1i})/2,$$

$$\Omega_{ci,dj}=(C_i^TD_j+C_j^TD_i)/2,\quad \Omega_{c1i,dj}=(C_{1i}^TD_j+C_{1j}^TD_i)/2,\quad \Omega_{di,dj}=(D_i^TD_j+D_j^TD_i)/2.$$

证明　选择 Lyapunov 函数

$$V\big(e(t)\big)=e^T(t)Pe(t)+\int_{t-\sigma}^{t} e^T(s)T_1e(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\sigma_0}^{t}(s-t+\sigma_0)\dot{e}^T(s)T_2\dot{e}(s)\mathrm{d}s, \tag{10}$$

其中 P, T_1 和 T_2 是正定矩阵。$V(e(t))$ 沿误差系统 (4) 的轨迹对时间求导得

$$\begin{aligned}\dot V\big(e(t)\big) &= 2e^T(t)P\dot e(t)+e^T(t)T_1e(t)-e_\sigma^T(t)T_1e_\sigma(t)\\&\quad+\sigma_0\dot e^T(t)T_2\dot e(t)-\int_{t-\sigma_0}^{t}\dot e^T(s)T_2\dot e(s)\mathrm{d}s,\end{aligned}$$

进一步，有

$$\begin{aligned}&\dot V\big(e(t)\big)+r^T(t)r(t)-r^T(t)r(t)\\&=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}h_ih_j\Big\{e^T(t)\Big[P(A_i-L_iC_j)+(A_i^T-C_j^TL_i^T)P+T_1+\frac{C_i^TC_j+C_j^TC_i}{2}\Big]e(t)\\&+e^T(t)\Big[P(A_{1i}-L_iC_{1j})+\frac{C_i^TC_{1j}+C_j^TC_{1i}}{2}\Big]e_\sigma(t)+e_\sigma^T(t)\Big[(A_{1i}^T-C_{1j}^TL_i^T)P+\frac{C_{1i}^TC_j+C_{1j}^TC_i}{2}\Big]e(t)\\&+e^T(t)\Big[P(B_i-L_iD_j)+\frac{C_i^TD_j+C_j^TD_i}{2}\Big]w(t)+w^T(t)\Big[(B_i^T-D_j^TL_i^T)P+\frac{D_i^TC_j+D_j^TC_i}{2}\Big]e(t)\\&+e_\sigma^T(t)\Big[\frac{C_{1i}^TD_j+C_{1j}^TD_i}{2}\Big]w(t)+w^T(t)\Big[\frac{D_i^TC_{1j}+D_j^TC_{1i}}{2}\Big]e_\sigma(t)+w^T(t)\Big[\frac{D_i^TD_j+D_j^TD_i}{2}\Big]w(t)\\&+e_\sigma^T(t)\Big[\frac{C_{1i}^TC_{1j}+C_{1j}^TC_{1i}}{2}-T_1\Big]e_\sigma(t)+\sigma_0\dot e^T(t)T_2\dot e(t)-\int_{t-\sigma_0}^{t}\dot e^T(s)T_2\dot e(s)\mathrm{d}s\Big\}-r^T(t)r(t).\end{aligned}\tag{11}$$

对任意正定矩阵 $P_1>0$，有下列等式成立

$$\begin{aligned}0 &= 2\dot e^TP_1\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}h_ih_j\big\{(A_i-L_iC_j)e(t)\\&\quad+(A_{1i}-L_iC_{1j})e_\sigma(t)+(B_i-L_iD_j)w(t)\big\}-2\dot e^TP_1\dot e.\end{aligned}\tag{12}$$

将 (12) 加到 (11) 上，应用引理 1，令 $P_1=dP$, $PL_i=Q_i$ 和

$$\tilde e(t)=\Big[e^T(t),\,e_\sigma^T(t),\,\dot e^T(t),\,\int_{t-\sigma}^{t}\dot e^T(s)\mathrm{d}s,\,w^T\Big]^T,$$

有

$$\dot V\big(e(t)\big)\le\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}h_ih_j\tilde e^T(t)\Lambda_{ij}\tilde e(t)-r^T(t)r(t)+\gamma^2w^T(t)w(t).$$

由条件 (7)，有

$$\dot V\big(e(t)\big)<-r^T(t)r(t)+\gamma^2w^T(t)w(t),$$

对该式两边积分，有

$$V\big(e(T_d)\big)-V\big(e(0)\big)\le\int_0^{T_d}\big\{-r^T(t)r(t)+\gamma^2w^T(t)w(t)\big\}\mathrm{d}t.$$

由于对任意的 $t\in[-\sigma_0,0]$，有 $e(t)=x(t)$, $e(t)\in\Omega_1$, $\dot e(t)\in\Omega_2$，则由 (8), (9)，得

$$\begin{aligned}V\big(e(0)\big) &= e^T(0)Pe(0)+\int_{-\sigma}^{0}e^T(t)T_1e(t)\mathrm{d}t+\int_{-\sigma_0}^{0}(t+\sigma_0)\dot e^T(t)T_2\dot e(t)\mathrm{d}t\\&< \alpha_{11}+\sigma_0\alpha_{12}+\sigma_0^2\alpha_{13}<\alpha_1.\end{aligned}$$

由于 $V(e(T_d))>0$，得

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t<\gamma^2\int_0^{T_d} w^T(t)w(t)\mathrm{d}t+\alpha_1,$$

即所设计的观测器满足 (6)。

3.2 有故障和无干扰情形时的 H_∞ 观测器

类似3.1节，针对对象的不确定初始状态，设计一个形如 (3) 的故障检测观测器，满足

$$\int_0^{T_d} r^T(t)r(t)\mathrm{d}t>\beta^2\int_0^{T_d} f^T(t)f(t)\mathrm{d}t-\alpha_2. \tag{13}$$

同样地，(13) 也是一个改进的 H_∞ 指标，其中 β 和 α_2 是给定的常数。β^2 表示故障对残差的影响指标，α_2 表示对象初始状态对残差的影响指标。

定理2　考虑有故障和无干扰的系统 (1)，给定标量 $d,\alpha_2,\beta>0$，如果存在矩阵 $P>0$, $Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$, $T_1>0$, $T_2>0$，标量 $\alpha_{21}>0$, $\alpha_{22}>0$ 和 $\alpha_{23}>0$，使得LMIs

$$\bar{\Lambda}_{ij}<0,\quad i,j=1,2,\cdots,k, \tag{14}$$

$$P-\alpha_{21}M_1<0,\quad T_1-\alpha_{22}M_1<0,\quad T_2-\alpha_{23}M_2<0, \tag{15}$$

$$\alpha_{21}+\sigma_0\alpha_{22}+\sigma_0^2\alpha_{23}<\alpha_2 \tag{16}$$

成立，则观测器 (3) 满足 (13)，且观测器增益矩阵为 $L_i=P^{-1}Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$，其中 $\bar{\Lambda}_{ij}$ 为

$$\begin{pmatrix} \Xi_i-\Psi_{ij}+T_1-\Omega_{ci,cj} & PA_{1i}-Q_iC_{1j}-\Omega_{ci,c1j} & dA_i^TP-dC_j^TQ_i^T & 0 & PG_i-Q_iJ_j-\Omega_{ci,Jj} \\ * & -\Omega_{c1i,c1j}-T_1 & dA_{1i}^TP-dC_{1j}^TQ_i^T & 0 & -\Omega_{c1i,Jj} \\ * & * & \sigma_0T_2-2dP & 0 & dPG_i-dQ_iJ_j \\ * & * & * & -\frac{1}{\sigma_0}T_2 & 0 \\ * & * & * & * & -\Omega_{Ji,Jj}+\beta^2I \end{pmatrix},$$

且

$$\Omega_{ci,Jj}=\left(C_i^TJ_j+C_j^TJ_i\right)/2,\quad \Omega_{c1i,Jj}=\left(C_{1i}^TJ_j+C_{1j}^TJ_i\right)/2,\quad \Omega_{Ji,Jj}=\left(J_i^TJ_j+J_j^TJ_i\right)/2,$$

Ξ_i, Ψ_{ij}, $\Omega_{ci,cj}$, $\Omega_{ci,c1j}$ 和 $\Omega_{c1i,c1j}$ 同定理1。

证明　类似于定理1的证明，证略。

3.3 既有干扰又有故障情形时的 H_∞ 观测器

定理3　考虑既有干扰又有故障的系统 (1)，给定标量 d,α,σ_0，如果存在矩阵 $P>0$, $Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$, $T_1>0$, $T_2>0$，标量 $\alpha_{31}>0$, $\alpha_{32}>0$ 和 $\alpha_{32}>0$，使得以下的优化问题

$$\mathrm{Min}\ :\ J(\gamma,\beta)=\gamma^2-\beta^2, \tag{17}$$

$$\text{s.t. LMIs}:\begin{cases}(7),\ (14),\\ P-\alpha_{31}M_1<0,\quad T_1-\alpha_{32}M_1<0,\quad T_2-\alpha_{33}M_2<0,\\ \alpha_{31}+\sigma_0\alpha_{32}+\sigma_0^2\alpha_{33}<\alpha,\end{cases}$$

有解，则观测器增益矩阵为 $L_i=P^{-1}Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$，且所设计的观测器满足 (6) 和 (13)，即观测器对外部干扰的抑制度为 γ^2，同时对故障的灵敏度为 β^2。

证明　令 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$，由定理3.1和定理3.2，以及优化问题的目标函数，易证。

参考文献：

[1] Kabisatpathy P, Barua A, Sinba S. Artificial neural-network model-based observers[J]. IEEE Circuits and Devices, 2005, 21(4): 18-26
[2] Ploix S, Adrot O. Parity relations for linear uncertain dynamic systems[J]. Automatica, 2006, 42: 1553-1562
[3] Liu J, Wang J L, Yang G H. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection[J]. Automatica, 2005, 41: 1995-2004
[4] Wang J L, Yang G H, Liu J. An LMI approach to H_- index and mixed H_-/H_∞ fault detection observer design[J]. Automatica, 2007, 43: 1656-1665
[5] Casavola A, Famularo D, Franzè G. Robust fault detection of uncertain linear systems via quasi-LMIs[J]. Automatica, 2008, 44(1): 289-295
[6] Nguang S K, Shi P. Fault detection for uncertain fuzzy systems: an LMI approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1251-1262
[7] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132
[8] 朱宝彦，张庆灵，佟绍成. 不确定Takagi-Sugeno模糊广义交联大系统的鲁棒分散H_∞控制[J]. 工程数学学报，2007, 24(4): 625-630
Zhu B Y, Zhang Q L, Tong S C. Robust decentralized H_∞ control for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor interconnected large scale systems with uncertain parameters[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2007, 24(4): 625-630
[9] Chen B, Liu X P, Tong S C. Delay-dependent stability analysis and control synthesis of fuzzy dynamic systems with time delay[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157(16): 2224-2240
[10] Kwon O M, Park J H. Guaranteed cost control for uncertain large-scale systems with time-delay via delayed feedback[J]. Chaos Solitons and Fractals, 2005, 27: 800-812

Fault Detection for a Class of Nonlinear Delay Systems —An LMI Approach

ZHANG Yu, JIA Xin-chun, ZHENG Li-hong, ZHANG Da-wei

(School of Mathematical Science, Shanxi University, Taiyuan 030006)

Abstract: The design problem of the H_∞ fault detection observer for a class of nonlinear delay systems is studied. A state observer is considered as the residual generator and the dynamic system of the observation error is constructed. Two improved H_∞ performance indexes for such observer design are proposed under the assumption that the initial states of the system are uncertain but bounded. Design methods for fault detection observer are given in terms of linear matrix inequalities.

Keywords: T-S fuzzy system; delay; fault detection; fuzzy observer; linear matrix inequality

Received: 10 Dec 2008. **Accepted:** 15 Apr 2009.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (60874019); the Natural Science Foundation of Shanxi Province (2009011016-1).